CLASA a VIII-a OLM

SUBIECTUL II

Se consideră expresia $E(x) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1, x \in \boldsymbol{R}$.

a) Demonstraţi că $\sqrt{E(x)} \in \boldsymbol{N}$, pentru orice $x \in \boldsymbol{N}$;

b) Arătaţi că $\sqrt{\sqrt{E(x^2)}} \in \boldsymbol{R}\backslash\boldsymbol{Q}$, pentru orice $x \in \boldsymbol{Z}$.

Barem de corectare şi evaluare:

a) $E(x) = [(x+1)(x+4)][(x+2)(x+3)]+1 = (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+1$ **1p**

$E(x) = (x^2+5x+5)^2$ **1p**

$\sqrt{E(x)} = x^2+5x+5 \in \boldsymbol{N}$, pentru orice $x \in \boldsymbol{N}$ **1p**

b) $\sqrt{\sqrt{E(x^2)}} = \sqrt{x^4+5x^2+5}$ **1p**

$\sqrt{x^4+5x^2+5} = n, n \in \boldsymbol{N} \Leftrightarrow x^4+5x^2+5 = n^2 \Leftrightarrow 4x^4+20x^2+20 = 4n^2 \Leftrightarrow$ **1p**

$(2x^2+5)^2 - 4n^2 = 5 \Leftrightarrow (2x^2+5-2n)(2x^2+5+2n) = 5$ **1p**

$\begin{cases} 2x^2+5-2n = 1 \\ 2x^2+5+2n = 5 \end{cases} \Rightarrow n = 1$ şi $2x^2 = -2$ (absurd)

Finalizare: $n \in \boldsymbol{R}\backslash\boldsymbol{Q}$ **1p**